

OPTIMIZATION AS A TOOL FOR DECISION MAKING IN SMALL-SCALE FARMING SYSTEMS

LA OPTIMIZACIÓN COMO HERRAMIENTA PARA LA TOMA DE DECISIONES EN SISTEMAS AGROPECUARIOS EN PEQUEÑA ESCALA

Labra-Marín, D.¹; Rayas-Amor, A.A.²; Herrera-Hernández, E.C.³; Martínez-García, C.G.⁴; García-Martínez, A.⁵; Núñez-López, M.^{6*}

¹Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Cuajimalpa. Alumna de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas. Sta. Fe Cuajimalpa, Cuajimalpa de Morelos, 05300, México. ²Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Lerma. Departamento de Ciencias de la Alimentación. Lerma de Villada, Estado de México, México. ³Conacyt-Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, Av. Playa pie de la cuesta 702, Desarrollo Sn. Pablo, 76125, Querétaro, Querétaro, México. ⁴Universidad Autónoma del Estado de México Instituto de Ciencias Agropecuarias y Rurales, El Cerrillo Campus Toluca, Estado de México, México. ⁵Universidad Autónoma del Estado de México Centro Universitario Temascaltepec, Temascaltepec, Estado de México, México. ⁶ITAM. Departamento de Matemáticas, Río Hondo 1, Ciudad de México 01080, México.

*Autor de correspondencia: maynunlop@gmail.com

ABSTRACT

Objective: to review the mathematical optimization methods used as a decision-making tool in small-scale farming systems.

Design/methodology/approach: the present study consisted in performing a search for scientific articles in SCOPUS and ScienceDirect using the following keywords: optimization, models, dairy systems, small scale.

Results: it was found that linear programming is a method used to minimize or maximize linear functions subject to equality or inequality constraints. Non-linear programming aims to find the optimum of a function of various non-linear variables. The method called simulated annealing is a meta-heuristic search algorithm for global optimization problems. Finally, the genetic algorithm method differs from a classical derivative-based optimization algorithm (linear and non-linear programming) in two main ways, and generates a population of points in each iteration; the best point of the population approaches an optimal solution and selects the next population using a calculation that employs random number generators.

Study limitations/implications: there is scarce scientific literature reporting the development of mathematical models of this type that allow simulating and supporting decision-making to prevent significant increases in greenhouse gas emissions from livestock production.

Findings/conclusions: Worldwide, various mathematical models have been developed to estimate greenhouse gas emissions from livestock production, although optimization models have been used only to simulate strategic management in small-scale dairy systems.

Keywords: optimization, models, dairy systems, small-scale.

RESUMEN

Objetivo: revisar los métodos de optimización matemática empleados como herramienta para la toma de decisiones en sistemas agropecuarios en pequeña escala.

Diseño/metodología/aproximación: el presente trabajo consistió en realizar una búsqueda de artículos científicos en SCOPUS y ScienceDirect utilizando las palabras clave: optimización, modelos, sistemas lecheros, pequeña escala.

Resultados: se encontró que la programación lineal es un método para minimizar/maximizar funciones lineales sujeto a restricciones de igualdad o desigualdad. La programación no lineal tiene como propósito encontrar el óptimo de una función de diversas variables no lineales. El método llamado recocido simulado es un algoritmo de búsqueda meta-heurística para problemas de optimización global. Finalmente, el método algoritmo genético difiere de un algoritmo de optimización clásico basado en derivadas (programación lineal y no lineal) en dos formas principales, genera una población de puntos en cada iteración, el mejor punto de la población se aproxima a una solución óptima y selecciona la siguiente población mediante un cálculo que emplea generadores de números aleatorios.

Limitaciones del estudio/implicaciones: existe poca literatura científica en la cual se reporte el desarrollo de modelos matemáticos de este tipo que permitan simular y apoyar la toma de decisiones para evitar incrementos significativos en las emisiones de gases de efecto invernadero provenientes de las explotaciones ganaderas.

Hallazgos/conclusiones: A nivel mundial se han desarrollado diversos modelos matemáticos para estimar las emisiones de gases de efecto invernadero provenientes de la ganadería no obstante los modelos de optimización se han empleado limitadamente para simular el manejo estratégico en sistemas lecheros en pequeña escala.

Palabras clave: optimización, modelos, sistemas lecheros, pequeña escala.

un mínimo local en el espacio de búsqueda sobre todo si la función objetivo es no lineal. En el caso de funciones lineales sin restricciones, dichos algoritmos suelen ser muy robustos pero demandan que la matriz de coeficientes sea positiva definida y simétrica, condiciones que suelen no cumplirse en problemas reales. Por otra parte, los algoritmos de búsqueda global son en general mucho más lentos que su contraparte de búsqueda local, pues requieren de hacer evaluaciones de la función objetivo en regiones del espacio de búsqueda elegida de forma aleatoria. Esta característica de aleatoriedad les permite hacer una exploración mucho más uniforme del dominio de optimización y de esta manera descartar posibles óptimos locales, ya que continuamente se eligen aleatoriamente nuevos valores de exploración cercanos al mejor valor encontrado en la iteración previa. Los algoritmos de búsqueda global pueden ser empleados para validar la solución determinada mediante un esquema de programación lineal, pues si la función objetivo y las restricciones de un problema lineal están formulados de manera apropiada la solución debe ser la misma (o muy cercanas) en ambos casos.

Modelos matemáticos de optimización

El objetivo del presente trabajo fue realizar una revisión analítica sobre los principales métodos de optimización que han sido empleados en la industria ganadera, entre ellos podemos enunciar los siguientes:

Programación lineal, definido como un método de programación lineal para minimizar/maximizar funciones lineales sujeto a restricciones de igualdad o desigualdad.

INTRODUCCIÓN

Un problema de optimización radica en maximizar o minimizar una función real eligiendo valores de entrada de un conjunto permitido con el fin de calcular el valor de la función. La generalización de la teoría de la optimización y técnicas para otras formulaciones comprende un área grande de las matemáticas aplicadas. De forma general, la optimización incluye el descubrimiento de los "mejores valores" de alguna función objetivo dado un dominio definido, incluyendo una variedad de diferentes tipos de funciones objetivo y diferentes tipos de dominios.

Los métodos de optimización pueden ser clasificados en dos: los de búsqueda local y los de búsqueda global. Los primeros generalmente hacen uso de derivadas (o gradientes) de la función objetivo con la finalidad de encontrar la dirección en la que el gradiente disminuye más rápidamente. Éstos son de rápida convergencia, pero generalmente pueden encontrar

Programación no lineal, cuyo propósito es encontrar el óptimo de una función de diversas variables no lineales y sujeta a una serie de restricciones, generalmente a este tipo de problemas se les conoce como optimización no lineal con restricciones.

Recocido Simulado, definido como un algoritmo de búsqueda metaheurística para problemas de optimización global; el objetivo general de este tipo de algoritmos es encontrar una buena aproximación al valor óptimo de una función en un espacio de búsqueda grande (evalúa algunos vecinos del estado actual q y probabilísticamente decide entre efectuar una transición a un nuevo estado q' o quedarse en el estado q). A este valor óptimo se lo conoce como óptimo global.

Algoritmos genéticos, que difiere de un algoritmo de optimización clásico basado en derivadas (programación lineal y no lineal) en dos formas principales, tal y como se resume en el Cuadro 1.

La optimización en la toma de decisiones en sistemas agropecuarios en pequeña escala

La ganadería es una actividad principal económica en el mundo; consiste en la cría de animales, con el fin de obtener un beneficio económico y productivo, y dentro de este sector se encuentra el lechero. En la mayoría de los países, la leche es uno de los principales alimentos para el ser humano por sus características nutrimentales. Existen grandes, medianas y pequeñas ganaderías que se dedican a la producción lechera, en teoría, es una entrada económica en base a varias actividades

por lo que es importante visualizar cómo maximizar la ganancia neta en función de las actividades agrícolas y los recursos requeridos para su producción. La función objetivo de un modelo de programación lineal aplicado a alguna actividad, depende de varios factores, siendo el principal la meta o fin del caso de estudio, generalmente se busca maximizar ganancias o minimizar pérdidas.

Nuestro caso de estudio es una granja lechera, donde puede resultar de interés la minimización de costos de dieta, o bien, la maximización de la mitigación de gases con efecto invernadero, y en cualquiera de los dos casos las funciones objetivo se basan en los ingredientes de la dieta de una granja de productos lácteos a pequeña escala. De manera paralela, las actividades agrícolas también generan un ingreso monetario por productos como la leche, queso, yogurt, forraje y vaquillas que se venden en un cierto periodo. Como resultado de la optimización, se plantea una combinación de ingredientes de la dieta que maximizan o minimizan la función objetivo según sea el caso. De manera general, el modelo esta dado a partir del siguiente planteamiento

$$\max/\min f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

bajo las restricciones, (dependiendo del caso, éstas pueden también ser no lineales o una combinación)

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \text{ó} \geq b_i; x_j \geq 0$$

Donde $f(x)$ representa la función a optimizar, x_j es la j -ésima actividad agrícola (puede ser dieta, actividades agrícolas, etc.); n denota el número de actividades posibles, c_j es el coeficiente de costo de una unidad de la j -ésima actividad y a_{ij} es el coeficiente del i -ésimo recurso requerido para producir una unidad de la j -ésima actividad agrícola.

En la literatura existen diversos modelos cuyo objetivo es maximizar la ganancia neta mediante la mejora de la producción forrajera cultivada en la granja, y en este sentido, Castelán-Ortega et al. (2016), proponen como caso de estudio siete granjas las cuales pertenecen al sistema lácteo en pequeña escala en México. Para evaluar la rentabilidad de cada una de las fincas, emplean la programación lineal como una herramienta de optimización, con el fin de obtener los mejores escenarios de rentabilidad. El área geográfica de estudio está ubicada en el altiplano central de México, donde el clima es templado por tanto los forrajes que pueden ser cultivados son: maíz (*Zea mays* L.), avena (*Avena fatua* L.), triticale, trigo (*Triticum* sp.), cebada (*Hordeum vulgare* L.) y diversas especies de plantas nativas. Autores como, Djumaeva et al. (2009), estudiaron las granjas en Asia Central debido a la falta de alimentación de calidad, y evaluaron si el forraje de las hojas de los

Cuadro 1. Diferencias entre algoritmos clásicos y genéticos.	
Algoritmo clásico	Algoritmo genético
Genera un único punto en cada iteración. La secuencia de puntos se aproxima a una solución óptima.	Genera una población de puntos en cada iteración. El mejor punto de la población se aproxima a una solución óptima.
Selecciona el siguiente punto de la secuencia mediante un cálculo determinista.	Selecciona la siguiente población mediante un cálculo que emplea generadores de números aleatorios.



árboles es óptimo para el ganado teniendo como objetivo la nutrición de éste, la protección del medio ambiente y el aumento en los ingresos de la granja. Las simulaciones con un modelo de costo mínimo mostraron una dependencia sustancialmente menor de los alimentos comunes al agregar forraje de árboles con un aumento en las ganancias de los agricultores de 53% al inicio de la temporada (mayo), 38% a mitad de temporada (julio) y 34% al final de la temporada (septiembre). Ya que calcularon cuando era el momento óptimo para cosechar el forraje a fin de complementar la dieta de las vacas lecheras; y establecieron la estación del año idónea para su alimentación, concluyendo entre otras, que la conversión de tierras marginales en plantaciones de árboles tiene perspectivas sustanciales para mejorar la nutrición del ganado en Asia Central.

Todo lo anterior fue mediante una ecuación de regresión múltiple, midieron los contenidos de energía metabolizable en las hojas de los árboles, que considera los contenidos de producción de gas, proteína cruda y lípidos brutos. Para encontrar un mayor coeficiente de determinación y analizar la optimización de una mezcla de alimentación. Se elaboró un modelo de programación lineal, que incluye la alimentación del ganado de uso común en la región de estudio con el objetivo de minimizar el racionamiento de la dieta. El alimento más barato fue una mezcla de cáscara de semilla de algodón y salvado de trigo complementada con hojas de *Gleditsia triacanthos* en mayo y con hojas de *Echinacea angustifolia* en julio.

En años recientes, diversos autores han trabajado con modelos de

optimización con el objetivo de reducir las emisiones de gases con efecto invernadero (GEI) en la producción lechera. Baek *et al.* (2014) desarrollaron una herramienta que permite el control de las emisiones de gases de efecto invernadero en un sistema de vacas lecheras al considerar variables como la composición del alimento, la fase de crecimiento, fermentación entérica y el manejo del estiércol. De los anteriores, la composición del alimento es la variable más influyente y controlable. Por lo tanto, cualquier medida de reducción aplicada para la reducción de las emisiones de GEI de un sistema de vacas lecheras debe incluir el control de la composición del alimento. En este sentido, Hawkins *et al.* (2015), propusieron la sustitución de ensilaje de maíz por heno de alfalfa (*Medicago sativa* L.) como principal alimento para el ganado, argumentando que las raciones ayudan a disminuir los gases de efecto invernadero debido a la mayor materia orgánica del suelo de los forrajes, ya que este cambio conduce a la captura y almacenamiento de carbono en suelos agrícolas. Globalmente, las emisiones de gases de efecto invernadero relacionadas con la producción agrícola se estiman entre 15 y 25% del total de gases antropogénicos, y de la producción lechera se estima que emite aproximadamente 5% del total de gases de efecto invernadero. Moraes *et al.* (2012) desarrollaron un modelo de programación lineal, con el fin de diseñar una dieta de costo mínimo donde consideraron dos tipos de políticas ambientales: un impuesto y una restricción a las emisiones de metano. El modelo examinó los cambios en las emisiones de metano, la excreción de minerales y nitrógeno en el ganado lechero. Se realizaron tres modelos de dieta de costo mínimo para poder compararlos. En el primero, no se tomaron en cuenta las políticas ambientales de las variables de alimentación, fueron solo la disponibilidad asociada al costo, requerimientos de nutrientes de los animales e ingesta; y en los límites de alimentación se tomaron en cuenta la dieta, fracción de fibra, proteína cruda y forraje.

En el segundo modelo se examinaron los cambios en los costos de la dieta, las emisiones de metano, la excreción de los animales y políticas hipotéticas ambientales. Sumando los costos de la dieta y el costo total de las emisiones sujeto a las restricciones nutricionales. Por último, en el tercer modelo se examinaron los cambios en los costos de las dietas y la excreción de nitrógeno, metano y otros minerales, así como en la reducción de estos a una cantidad determinada. Los costos marginales de reducir el metano a través de la manipulación dietética fueron extremadamente altos, sugiriendo que las políticas hipotéticas podrían conducir a un aumento en los precios de la leche y una reducción sustancial en los ingresos sobre los costos de alimentación de los productores lecheros.

En general, las excreciones de nitrógeno se incrementaron con una reducción en las emisiones de metano, mientras que las excreciones de fósforo y potasio fluctuaron con diferentes niveles de reducción de emisiones de metano. Van Middelaar *et al.* (2014) propusieron dos modelos con el objetivo de maximizar los ingresos de los agricultores y minimizar los GEI por kilogramo de leche. El primer modelo incluye todas las actividades y limitaciones relevantes que son comunes a las granjas lecheras holandesas, tales como la producción de alimentos en la granja, la compra de productos alimenticios y la producción animal, incluida la cría de ganado joven. En el segundo modelo,

los procesos incluidos son la extracción de materias primas para producir insumos agrícolas, la fabricación y distribución de estos insumos y todos los procesos en la granja lechera. Los resultados se basan en maximizar el ingreso laboral. Por ejemplo, en verano la forma más económica de alimentarlos es con el pastoreo por la cantidad de pasto fresco más ensilaje de maíz en combinación con concentrados con alto contenido de proteína. A diferencia del invierno donde su dieta contiene 2.7 kg de ensilaje de hierbas más la combinación con concentrados de proteína. Estos resultados implican que las granjas lecheras pueden reducir su efecto ambiental en términos de emisiones de gases de efecto invernadero cuando se busca un aumento en la eficiencia. Los resultados de los escenarios con mayor producción de leche se basan en minimizar las emisiones de gases de efecto invernadero por kilogramo de leche. Sin embargo, dado que el fin es maximizar los ingresos de los productores y no ofrece ningún incentivo para reducir las emisiones de GEI, ya que, para eso, las emisiones de GEI tendrían que resultar en un costo, por ejemplo, tener una multa o penalización por emisiones GEI.

Ross et al. (2014) proponen mejorar la producción de leche mediante la alimentación y la genética del ganado para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero de los sistemas de producción lechera. Estos autores investigaron la intensidad de las emisiones definidas como el potencial de calentamiento global por unidad de producción de leche. Manejaron dos dietas de alto forraje (concentrados comprados como trigo, granos de destilería, pulpa de remolacha azucarera (*Beta vulgaris* L.), harina de soya (*Glycine max* L.) y bajo forraje (cultivados en casa como ensilaje de avena, maíz, trigo y comprados como granos de destilería, harina de colza (*Brassica napus* L.) aplicados a cada una de las dos líneas genéticas. La línea de control representa la genética promedio del Reino Unido y la línea select representa el 5% superior de la genética del Reino Unido para la grasa y la proteína de la leche.

Estimaron que la línea select de animales administrados bajo un régimen de bajo forraje tiene el potencial de reducir la intensidad de las emisiones en 24% en comparación con las vacas de mérito genético manejadas bajo un régimen de alto forraje. Individualmente, la mejora del mérito genético de la manada y la implementación del régimen de bajo forraje mantienen potencial para reducir la intensidad de las emisiones en 9% y 16%, respectivamente. Los factores clave en las diferencias en-

tre los sistemas fueron mayores emisiones de la granja bajo régimen de bajo forraje, y mayores emisiones de óxido nitroso en la granja asociadas con forraje alto. En contraste con las emisiones globales, la intensidad de las emisiones fue menor en los grupos de bajo forraje que en los grupos de alto forraje debido a la alta producción de leche en los grupos de bajo forraje.

Autores como, Zehetmeier et al. (2014) desarrollaron un modelo estocástico con el fin de ser más robusto en las predicciones basadas en los parámetros de entrada (emisión de GEI y producción) y sus incertidumbres. Exploraron cuán sensibles son las predicciones de las emisiones de gases de efecto invernadero a tres factores; el primero, considerando los límites del sistema (todas las emisiones de GEI se asignan a la leche o las emisiones se deben a la carne de vacuno), el segundo, a la incertidumbre de los parámetros de entrada debido a la calidad de los datos y tercero, a la variabilidad en los parámetros de entrada. Los resultados que utilizan la expansión del sistema son importantes para definir las políticas de reducción de gases de efecto invernadero para la producción de leche y carne (razas de doble propósito). Además, los sistemas de producción de vacas lecheras de doble propósito y bajo rendimiento (mayor producción de carne por tonelada de leche) dieron como resultado menores emisiones de gases previstas en comparación con el sistema de producción de vacas lecheras.

Minchin et al. (2009) formularon cuatro tratamientos dietéticos: ensilaje de hierba *ad libitum* (GS), GS+3 kg de concentrado (GS+3), GS+6 kg de concentrado (GS+6) y GS+9 kg de concentrado (GS+9). Las dietas basadas en ensilaje de hierba, tienen el objetivo de tener la mejor carne. Cuando las vacas consumen ensilaje de hierba como su única fuente de energía, la ingesta de energía disponible puede no ser adecuada para cumplir con los niveles requeridos de rendimiento animal y depende de la calidad del ensilado de hierba que se ofrece. El ensilaje ofrecido en este experimento fue, de alta calidad que es superior al ofrecido generalmente a nivel de las granjas comerciales en Irlanda. Los datos relacionados con el rendimiento en vivo se analizaron mediante análisis de covariables. Los datos de calidad y carne se analizaron mediante análisis de varianza. El rendimiento en términos de aumento de peso diario promedio e ingestas de materia seca fue similar al de las vacas lecheras que ofrecieron acceso libre a una ración mixta total por períodos. Estos resultados fueron más altos que los de las vacas lecheras alimentadas con raciones de alto forraje.

Los animales alimentados con concentrado tenían un color muscular más claro y lo relacionaron con un aumento en el veteado y valores de reflectancia incrementados en su tejido. Los concentrados tienen una concentración de caroteno más baja que el ensilado de hierba, por lo tanto, la alimentación prolongada de dietas de alto concentrado conduce a una disminución en la cantidad de este pigmento en grasa. La alimentación concentrada sola puede no conducir necesariamente a una grasa de canal más blanca; depende del grado de pigmentación de los carotenoides antes del inicio del acabado, del cumplimiento de los ingredientes en la dieta ofrecida, de la duración de la alimentación del concentrado y del contenido de carotenoides del forraje alimentado. El presupuesto de alimento requerido para terminar las vacas lecheras "desechables" (para utilizar la carne) independientemente del tratamiento dietético fue de 1.5 t de materia seca. Sin embargo, al ofrecer la dieta de finalización de menor energía, los días comprometidos para el sacrificio y el aumento de peso diario promedio, la oferta de una dieta con mayor cantidad de energía aumentó los costos del presupuesto de alimentación. Las vacas jóvenes tienen la mayor capacidad de responder a las dietas debido a un aumento de peso diario promedio superior y es probable que sean una opción más viable

CONCLUSIONES

De acuerdo con el Plan Nacional de Desarrollo en el cual se contemplan aspectos esenciales de la Estrategia Nacional de Cambio Climático (ENCC) planteada en el 2007, México se sumó a los esfuerzos globales para mitigar los efectos de cambio climático. Los rumiantes juegan un papel importante en proveer proteína de alta calidad a la dieta de los humanos; no obstante, también son una fuente importante de emisiones de GEI. En este sentido, los objetivos planteados por el ENCC para mitigar la emisión GEI en materia de ganadería no están bien definidos y para llegar a esto hay diversas estrategias. A nivel mundial se han desarrollado una variedad de modelos matemáticos para estimar las emisiones de GEI provenientes de la ganadería y aunado a lo anterior se han propuesto estrategias para mitigar dichas emisiones; sin embargo, existe poca literatura científica en la cual se reporte el desarrollo de modelos matemáticos de optimización que permitan simular y así a apoyar a la toma de decisiones para evitar incrementos significativos en las emisiones de GEI provenientes de las explotaciones ganaderas.

LITERATURA CITADA

- Baek C.Y., Kun-Mo L., Kyu-Hyun P. 2014. Quantification and control of the greenhouse gas emissions from a dairy cow system. *Journal of Cleaner Production* 70.
- Castelán-Ortega O.A., Martínez-García C.G., Mould F.L., Dorward P., Rehman T., Rayas-Amor A.A. 2016. Optimal management of on-farm resources in small-scale dairy systems of Central Mexico: model development and evaluation. *Tropical Animal Health and Production*, 48.
- Djumaeva D., Djanibekov N., Vlek P.L.G., Martius C., Lamers J.P.A. 2009. Options for Optimizing Dairy Feed Rations with Foliage of Trees Grown in the Irrigated Drylands of Central Asia, *Research Journal of Agriculture and Biological Sciences* 698.
- Hawkins J., Weersink A., Wagner-Riddle C., Fox G. 2015. Optimizing ration formulation as a strategy for greenhouse gas mitigation in intensive dairy production systems. *Agricultural Systems* 137.
- Minchin W., Buckley F., Kenny D.A., Monahan F.J., Shalloo L., O'Donovan M. 2009. Effect of grass silage and concentrate based finishing strategies on cull dairy cow performance, carcass and meat quality characteristics. *Meat Science*, 93.
- Moraes L.E., Wilen J.E., Robinson H., Fadel J.G. 2012. A linear programming model to optimize diets in environmental policy scenarios. *American Dairy Science association* 1267.
- Ross AS., Mizeck Chagunda G.G., Cairistiona Topp F.E., Richard E. 2014. Effect of cattle genotype and feeding regime on greenhouse gas emissions intensity in high producing dairy cows. *Livestock Science* 158.
- Van Middelaar C.E., Berentsen B.M., Dijkstra J., Van Arendonk J.A.M., de Boer I.J.M. 2014. Methods to determine the relative value of genetic traits in dairy cows to reduce greenhouse gas emissions along the chain. *American Dairy Science association*, 5192.
- Zehetmeier A.M., Gandorfer M., Hoffmann H., Müller U.K., de Boer I.J.M., Heißenhuber A. 2014. The impact of uncertainties on predicted greenhouse gas emissions of dairy cow production systems. *Journal of Cleaner Production*, 116.

